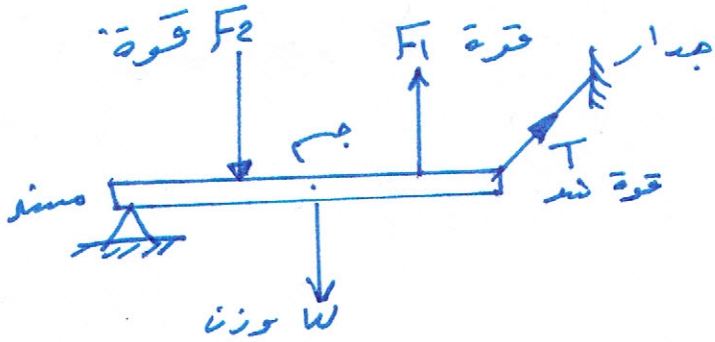
statics

Force, Moments and Reasultants in (2-D) Systems.

(القوى والعزوم والمحصلات في الأنظمة الثنائية البعد)

تعتبر القوى والعزوم والمحصلات من الكميات الإتجاهية
اي لها قيمة واتجاه. وفي البداية يجب التعرف على
انواع القوى التي يمكن ان تؤثر على جسم ثنائي
البعد بسيط كما في الشكل:



① القوى الاعتيادية:
F1 / F2

② قوى الشد (T)

③ قوة الوزن (weight) W
(اذا اعطي في السؤال)

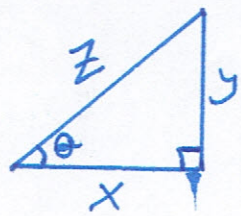
ملاحظة:

* قوة الشد تكون دائماً باتجاه نقطة الشد (التثبيت)
* تحسب قوة الوزن كما يلي:

$$W = m * g$$

حيث (m) الكتلة (kg) و (g) التعجيل الأرضي ($9.81\ m/s^2$)

ويجب العناية بالمثلثات في علم الميكانيك حيث انها ضرورية في حل المسائل :-

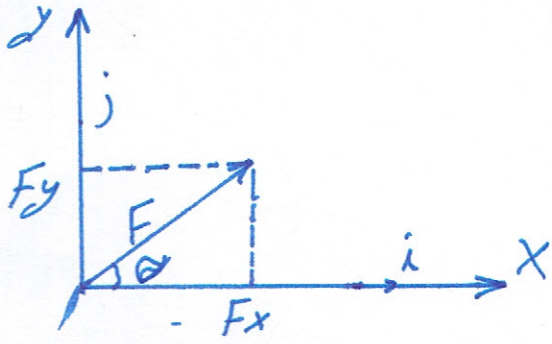


$$\sin\theta = \frac{y}{Z} \Rightarrow y = Z\sin\theta$$

$$\cos\theta = \frac{x}{Z} \Rightarrow x = Z\cos\theta$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x}$$

دائماً في بداية حل مسائل الأنظمة الثنائية البعد فانه يجب اولاً تحليل كافة القوى المائلة الى مركبتين افقية ومحورية F_x ، F_y



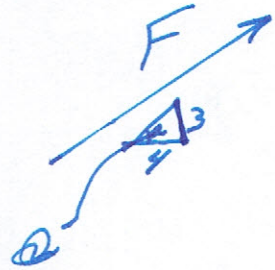
$$\left.\begin{aligned} F_x &= F\cos\theta \\ F_y &= F\sin\theta \end{aligned}\right\} N$$

ولا مانع يمكن كتابة القوة (F) بشكل متجه (Vector) عادة ستخدم المتجهات في الانظمة الثلاثية البعد وفاذا ما استخدم في الانظمة الثنائية البعد

$$\left[\ \vec{F} = F_x i + F_y j\ \right]$$

ملاحظة:- في بعض المسائل يعطى ميل القوة كما يلي:

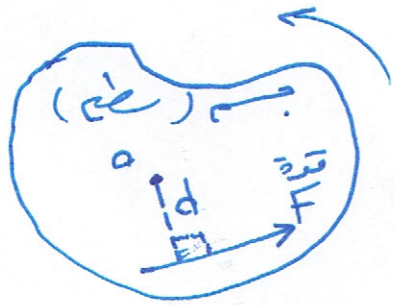
في المثلث الصغير يمكن
معرفة الزاوية θ



$$\tan\theta = \frac{3}{4} \Rightarrow \theta = 36.8^\circ$$

العزم "Moment" "M_{rr}"

وهو قابلية القوة على تدوير جسم حول محور معين وهو كمية اتجاهية. واتجاه متجه العزم دائما عمودي على المستوي الذي يضم القوة وحسب قاعدة اليد اليمنى

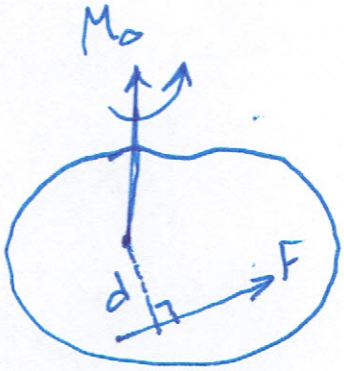


$$[\ M_o = F * d\ ]\ N.M$$

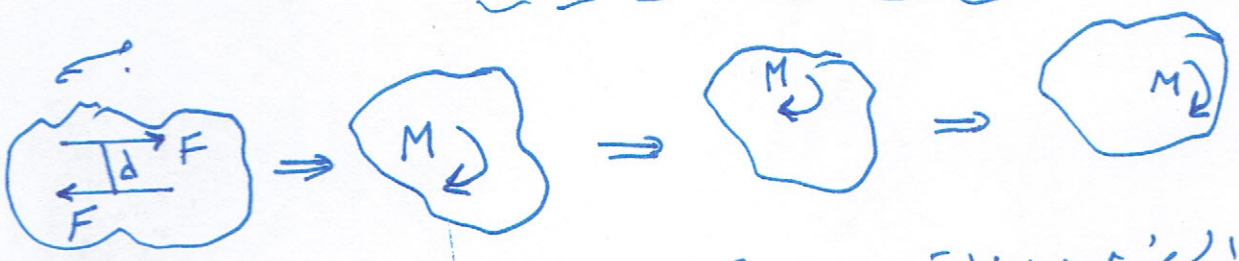
البعد العمودي من النقطة o

حيث: F :- القوة

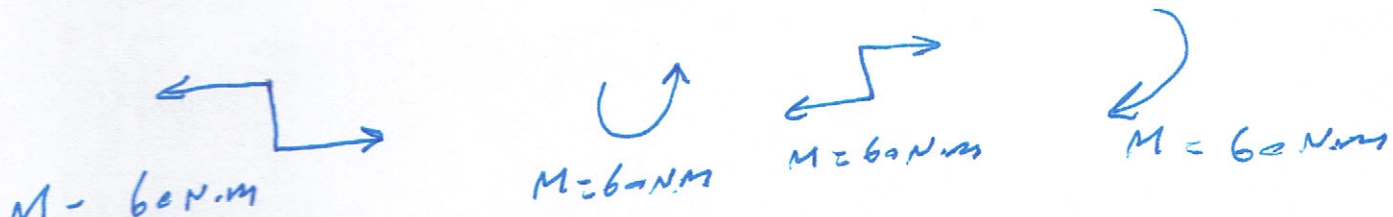
d :- هي المسافة العمودية من نقطة المحاور (o) الى خط عمل القوة (خط القوة)



عزم الأزدواج (couple) (M)



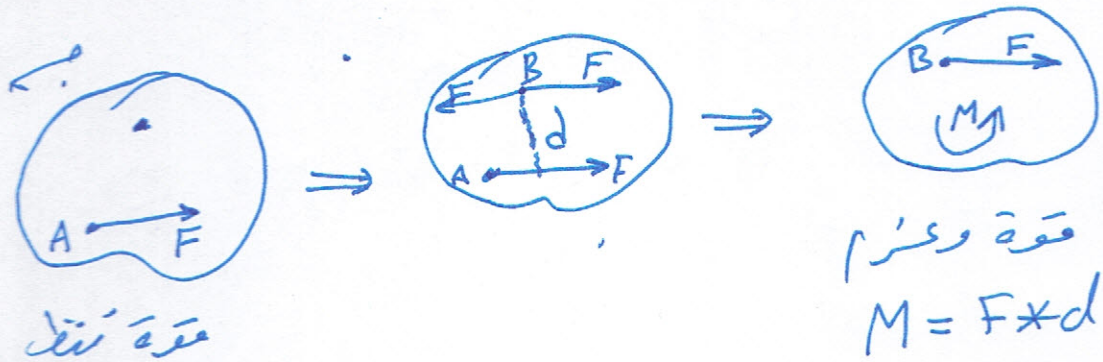
وهو العزم الناتج من تأثير قوتين متساويتين بالمقدار ومتعاكستين بالاتجاه ولا تقعان على خط عمل واحد (يفصلهما بعد) وقيمته [M = F*d] وهو متجه حر يمكن وضعه على اي جزء من اجزاء الجسم حيث يتقبل في المسائل في معادلة العزم المحصلة في الجسم وغالباً ما يعطى جاهزاً في المسائل ورمزه في الاسئلة :



* استبدال قوة بقوة مماثلة وعزم ازدواج (couple) وبالعكس

نفكر بكثرة في تطبيقات علم الميكانيك على استبدال قوة ما بقوة مماثلة وعزم ازدواج (couple) بمعنى ان الجسم كما في الشكل (التالي) !

* المعادلة استبدال القوة (F) في النقطة (A) بقوة مساوية (F) في النقطة (B) مع عزم ازدواج (Couple) (M)



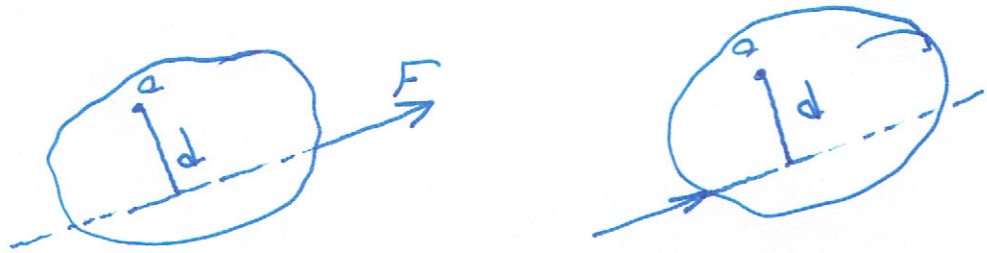
قوة تنقل

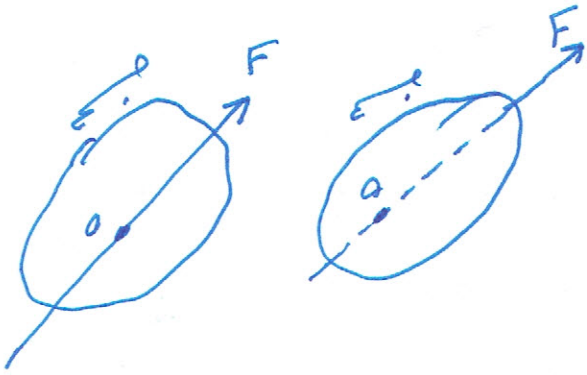
قوة وعزم

$M = F * d$

وبالعكس: يجب تركيب قوة (F) مع عزم ازدواج (Couple)

* هناك حيث أمامهم وجهان القوة تمتد على طول خط عملها الى الأمام والى الخلف حسب الكلمة في السؤال

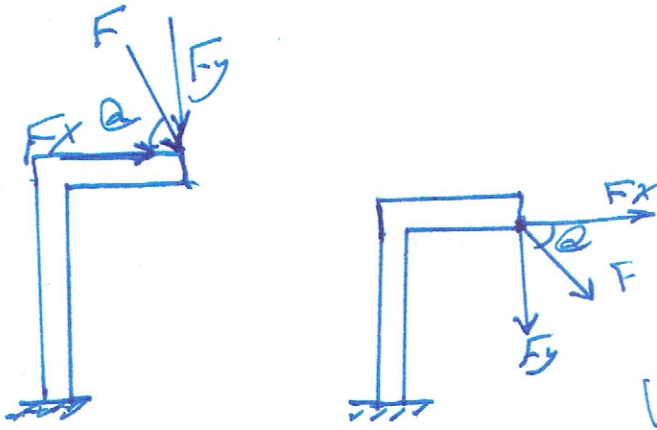




ملاحظة :
اذا مر خط عمل القوة او امتداده
بنقطة العزم فان

$[M_O = 0]$

لان الذراع $d = 0$



ملاحظة :
يمكن ان تحلل القوة الى
مركبتها الاصلية او يمكن
ان تجد القوة حتى يسهل تحليلها

ملاحظة :

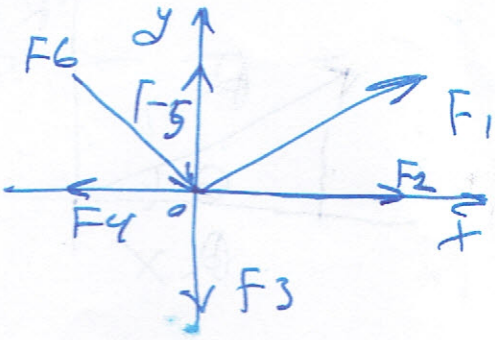
العزم عكس عقارب الساعة يكون موجب +

العزم مع عقرب الساعة يكون سالب -

(وهو كتاب سيريام)

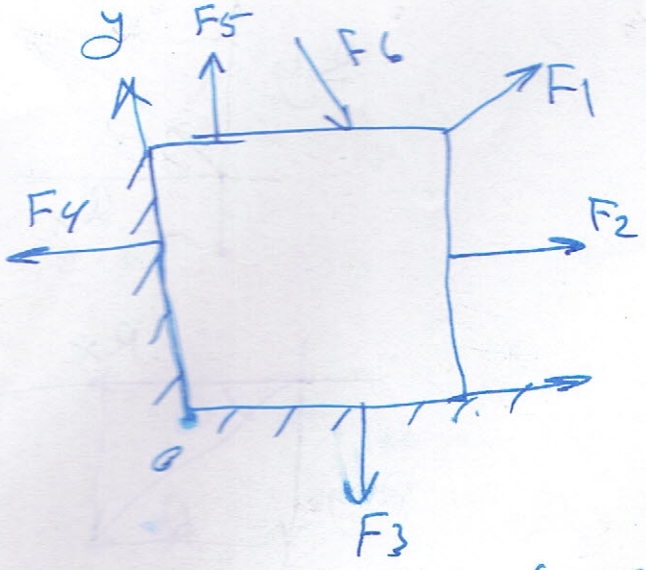
والطالب حر في اختيار اتجاه العزم السالب والموجب

(R) Resultant محصلة القوى



قوى ملتقية في نقطة واحدة

(أ)



(ب) قوى غير ملتقية ولكنها تؤثر في مستوى واحد

الحل

① تحلل كافة القوى المعطاة الى مركبتين افقية وعمودية

② ايجاد محصلة القوة الافقية $R_x = \Sigma F_x$

③ ك ز = العمودية $R_y = \Sigma F_y$

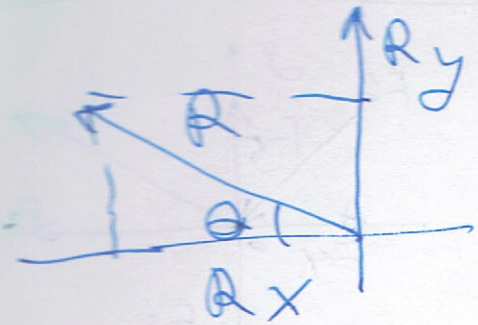
④ ايجاد المحصلة (R)

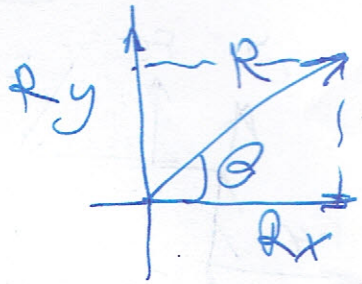
$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

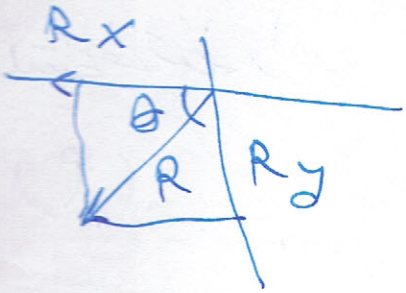
⑤ ايجاد اتجاه المحصلة

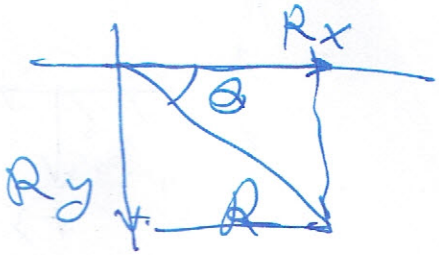
$$\tan\theta = \frac{R_y}{R_x}$$

(8) حيث تتكون حالات اربعة احتمالات لإيجاد المحصلة









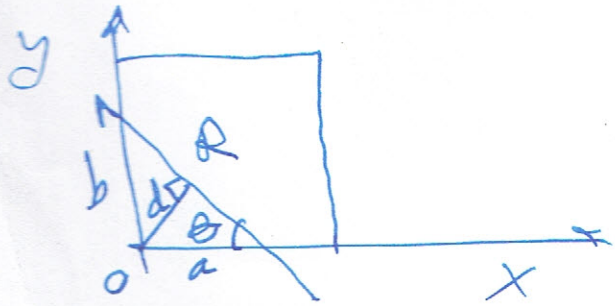
(٢) لإيجاد موقع المحصلة ١- اذا كانت القوى ملتقية في نقطة واحدة مثل (o) بشكل (a) فان المحصلة ايضا تؤثر في نفس النقطة

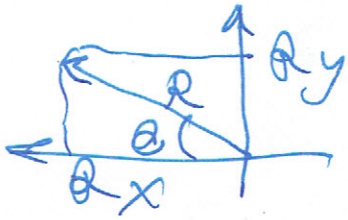
اما اذا كانت القوة غير ملتقية (شكل b) فسنحتاج لإيجاد موقع المحصلة بنسبة الى نقطة معينة في الشكل مثل (o) وذلك باستخدام نظرية غيرغنون (Varignons theorem) التي تنص

محصلة عزوم مركباتها حول نقطة = عزم المحصلة حول نفس النقطة

$$[M_o = R \times d = F_1 * d_1 + F_2 \times d_2 + \text{---} + M_{\text{قبل}}]$$

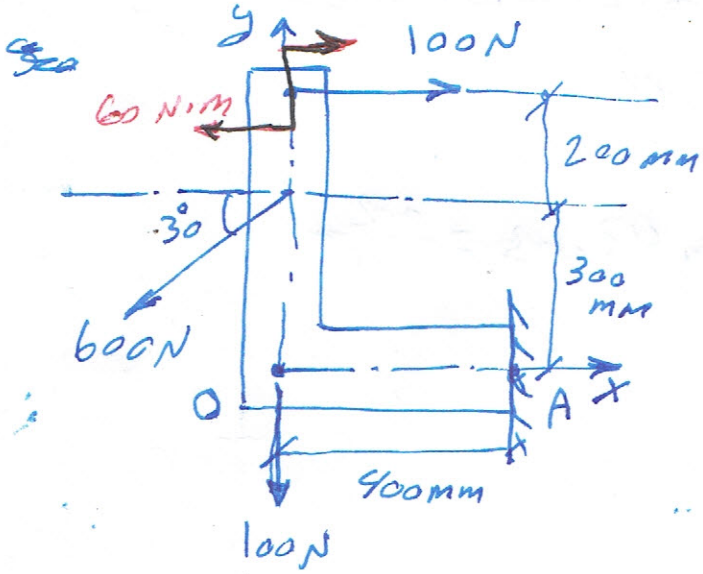
على افتراض





Couple

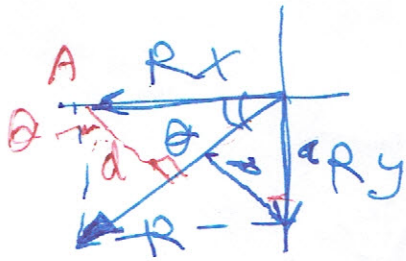
* Find the resultant of the force system shown in the figure and Locate it with respect to Point (A)



Solu

$$R_x = \Sigma F_x = 100 - 600\cos 30$$

$$\Rightarrow R_x = -419.6\,N = 419.6\,N \leftarrow$$



$$R_y = \Sigma F_y = -100 - 600\sin 30$$

$$\Rightarrow R_y = -400\,N = 400\,N \downarrow$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(419.6)^2 + (400)^2} = 579.7\,N$$

$$\tan\theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{400}{419.6} = 0.953 \Rightarrow \theta = 43.6^\circ$$

(10)

ولإيجاد موقع المحصلة نطبق نظرية فيرغنن

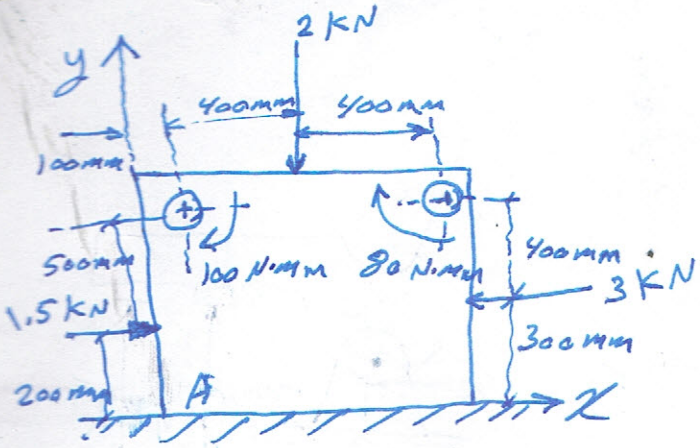
$$MA = R*d = F_1*d_1 + F_2*d_2 + \dots + M \quad \text{(مع مراعاة الإشارة)}$$

$$579.7*d = -100*0.5 + 100*0.4 + 600\sin 30*0.4 + 600\cos 30*0.3 - 60$$

$$579.7*d = -500 + 400 + 120 + 156 - 60$$

$$d = \frac{116}{579.7} = 0.2\ m$$

Ex 1. Find the resultant of the Force system shown in the figure, show it's position with respect to point (A), also show where it cut the x-axis.



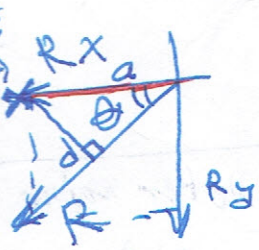
Sol:

$R_x = \Sigma F_x = 1.5 - 3 \Rightarrow R_x = -1.5\ kN = 1.5\ kN \leftarrow$

$R_y = \Sigma F_y = -2\ kN \Rightarrow R_y = -2\ kN = 2\ kN \downarrow$

$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \Rightarrow R = \sqrt{(1.5)^2 + (2)^2}$

$\Rightarrow R = \boxed{2.5\ kN}$



$\tan\theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{2}{1.5} = 1.333$

$\Rightarrow \boxed{\theta = 53.13^\circ}$

بالنسبة لنقطة A ومركبات المحصلة (R) باتجاه ↓

ولإيجاد موقع المحصلة نطبق نظرية فيرغنن

$+\circlearrowleft M_A = R * d = F_1 * d_1 + F_2 * d_2 + \dots + M_1 + M_2$

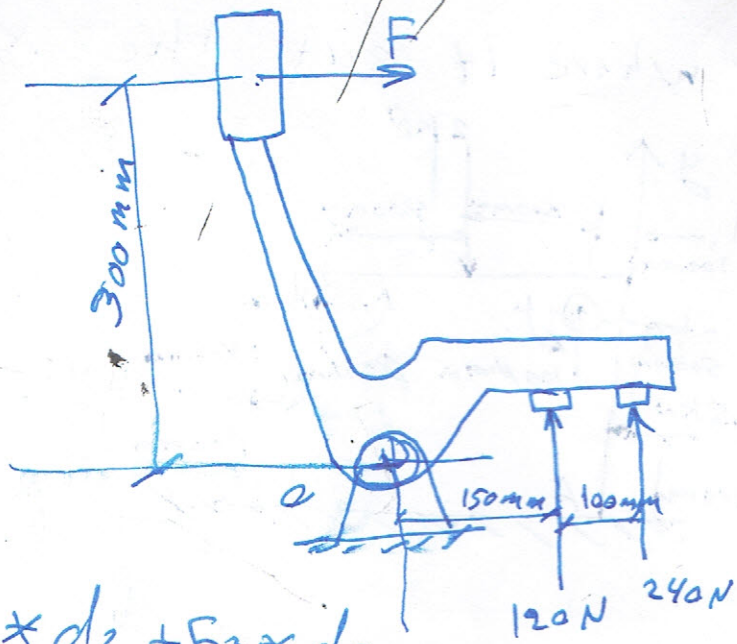
$-2.5 * d = -1.5 * 0.2 + 3 * 0.3 - 2 * 0.5 - 0.1 - 0.08$

$\boxed{d = 0.232\ m}$ بعد المحصلة عن A

$\sin\theta = \frac{d}{a} \Rightarrow \sin 53.13 = \frac{0.232}{a} \Rightarrow \boxed{a = 0.29\ m}$

ما نقطة المحصلة مع محور x

Ex/ Find the magnitude of the force (F) which will make the resultant of the three forces to pass through point (o)



Sol

حسب السؤال فان محصلة القوى الثلاث تمر فى النقطة (o) اذن نطبق نظرية فيرجنن حول النقطة (o)

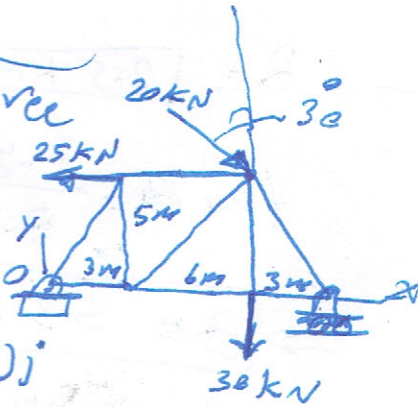
$$+\circlearrowleft \quad M_o = F_1 * d_1 + F_2 * d_2 + F_3 * d_3$$

$$\Rightarrow R*0 = -F_1 * 0.3 + 120 * 0.15 + 240 * 0.25$$

$$\Rightarrow \boxed{F = 260\ N}$$

$R = 49.62\ N$

2/89 Determine the resultant (R) of the three force acting on the simple truss. Specify the points on the x-axis and y-axis through which (R) must pass.



Sol

$$R = \Sigma F = (-25 + 20\sin 30)\,i + (-30 - 20\cos 30)\,j$$

$$= -15i - 47.3j$$

$$\circlearrowleft M_o = 25(5) - 30(9) - (20\cos 30)(9) - (20\sin 30)(5) = -351\ kN.m$$

For final location of (R)..

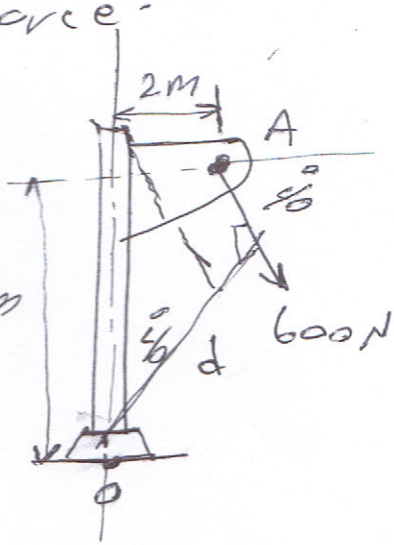
$$\underline{r} \times \underline{R} = \underline{M}_o, \quad (xi + yj) * (-15i - 47.3j) = -351\ k$$

$$-47.3x + 15y = -351$$

Axis intersections $\Rightarrow x = 7.42\ m,\ y = -23.4\ m$

P=.41

Ex calculate the magnitude of the moment about the base point O of the 600N force.



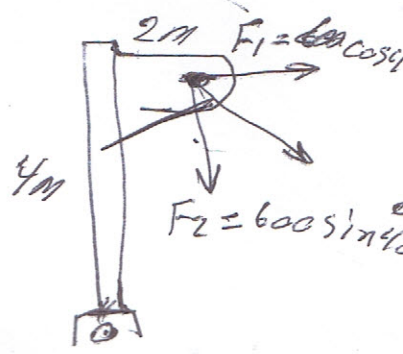
Sol'

① the moment arm to the 600N force is

$$d = 4\cos 40^\circ + 2\sin 40^\circ = \boxed{4.35\ m}$$

$$M = F \times d$$

$$M_O = 600(4.35) = \boxed{2610\ N\cdot m}$$



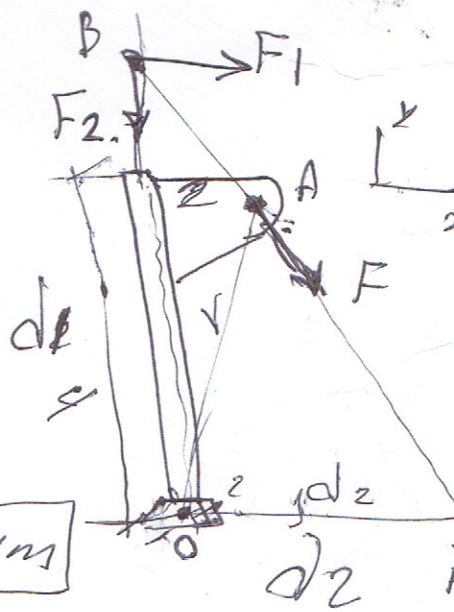
② $F_1 = 600\cos 40^\circ = 460\ N$

$F_2 = 600\sin 40^\circ = 386\ N$

$M_O = 460(4) + 386(2) = \boxed{2610\ N\cdot m}$

③ $d_1 = 4 + 2\tan 40^\circ = 5.68\ m$

$M_O = 460(5.68) = \boxed{2610\ N\cdot m}$



④ $d_2 = 2 + 4\cot 40^\circ = 6.77\ m$

$M_O = 386 \times 6.77 = \boxed{2610\ N\cdot m}$

⑤ $M_O = r \times F = (2i + 4j) \times 600(i\cos 40^\circ - j\sin 40^\circ)$

$= -2610k\ N\cdot m$

$\boxed{M_O = 2610\ N\cdot m}$